

## Estimation af energianvendelse med rigtige indeks for effektivitet

### Resumé:

*I papiret vises, hvordan man kan måle indirekte energipriselasticiteter, dvs. de effekter, der fremkommer som følge af, at forbrugerne vælger energieffektivt udstyr, når energipriserne stiger. Det er relevant i de tilfælde, hvor man i energiligningerne har et faktisk mål for energieffektivitet (fx km. pr. liter benzin), og hvor man er villig til at overudnytte de estimerede energipriselasticiteter.*

---

**Filnavn:** mar19299.msg

**Nøgleord:** Målte indeks, priselasticiteter for energi

*Modelgruppepapirer er interne arbejdsrapporter. De konklusioner, der drages i papirerne, er ikke endelige og kan være ændret inden opstillingen af nye modelversioner. Det henstilles derfor, at der kun citeres fra modelgruppepapirerne efter aftale med Danmarks Statistik.*

## 1 Indledning

I EMMA estimeres husholdningernes forbrug af energi med blandt andet anvendelse indeks for energiens effektivitet. Begrebsmæssigt svarer disse indeks til effektivitetsindeks i ADAMs produktionsfunktion og i EMMA's relationer for erhvervenes energiforbrug, men der er den forskel, at indeksene ikke er approksimeret som en funktion af tiden, men er faktisk målte størrelser. Indeksene er således (se *Energi- og emissionsmodeller til ADAM* for nærmere definition)

- For benzinförbruget: Det gennemsnitlige antal kørte kilometer pr. liter.
- For elförbruget: Den gennemsnitlige el-maskines förbrug af energi.
- For varmförbruget: Den gennemsnitlige opvarmningskildes virkningsgrad (energi ud i förhold til energi ind).

Energiförbruget er så estimeret på en måde, som i övrigt ligner estimationen af produktionsfaktorer i ADAM og EMMA, nemlig

$$e = \frac{1}{t} \hat{e} \left( \frac{p_e}{p_x}, y \right) \quad (1)$$

hvor  $e$  er energiförbrug,  $t$  er effektiviteten,  $p_e, p_x, y$  er prisen på energiarten, prisen på andre varer og en indkomstvariabel.

Hvis udviklingen i trenden er noget, som mere eller mindre falder ned fra himlen, er relationen i og för sig udmærket. Men i virkelighedens verden er effektivitetsförbedrende trende jo noget, som afhænger af ökonomiske faktorer. Virksomheder bruger ikke penge på at sætte ingeniörer til at arbejde med at förbedre maskiners energieffektivitet för sjöv skyld, men fordi man håber på at kunne spare energi og dermed penge ved brugen af maskiner, hvis effektiviteten stiger. Og biler begyndte ikke af sig selv at køre længere på literen efter energikriserne, men fordi folk valgte mere energiökonomiske biler. Den priselasticitet, der bliver estimeret i (1) er derfor principielt för lille. Det er kun den direkte effekt der kommer med, nemlig den, at ved højere priser vil man køre mindre i bil, lade røremaskinen røre på 3 i stedet för 4 eller holde 21 grader i stedet för 23. Den indirekte effekt gennem effektivitetstrendene kommer ikke med.

Hvis alternativt trenden approksimeres som funktion af tiden, bliver der ikke kontrolleret för den indirekte energipriseffekt, og denne kommer derfor i princippet med i den estimerede priselasticitet. Tidstrenden fanger så, at meget andet end energipriser jo kan påvirke effektiviteten, fx prisen för en ekstra enhed effektivitet – dvs. hvad en bil, der kører 11 km/l, koster mere end en, som kører 10 km/l. Tidstrenden dækker altså over den udvikling i den rigtige effektivitetstrend, der ikke skyldes energipriser (og alt muligt andet, der ikke er med i relationen).

Estimationsmæssigt er to ting værd at bemærke. For det første er det næppe muligt at estimere den indirekte effekt ( $\frac{\partial t}{\partial p_e}$ ) særlig godt, for det er klart, at der er stor træghed i sammenhængen. For den anden er effektivitetstallene givetvis af høj kvalitet sammenlignet med en abstrakt funktion af tiden, hvilket taler for, at man skal udnytte dem.

I papiret opstilles en simpel model, ud fra hvilken man i princippet kan estimere som i EMMA, og samtidig få en ide om den indirekte effekts størrelse.

## 2 En model for valg af ydelse af energi

Som effektivitetsindeksene er målt, giver produktet af energi og trend,  $et$ , sund fornuft som en ydelse. Effektiviteten er vel nærmest defineret baglæns ud fra dette produkt, netop fordi det er oplagt, at produktet eller ydelsen giver vældig god mening (kørte kilometer, energi, der kommer ud af oliefyret eller mængden af pisket fløde). Vi opstiller derfor en model, hvor nytten af produktet indgår. Desuden lader vi effektivitet koste noget,  $p_t$ . Dette skal altså opfattes som prisen på en bil, der kører 11 km/l i forhold til prisen for en som kører 10 km/l. Klart nok er det en abstraktion, at de samlede omkostninger til effektivitet kan skrives lineært som  $p_t t$ , og senere kan dette gøres mere generelt, men til en første diskussion går det fint. Modellen med frit valg af effektivitet sammenlignes med en model, hvor effektiviteten er eksogen.

### Frit valg af $t$

Lad  $x$  være andre varer,  $e$  energi,  $t$  effektivitet og  $M$  budgettet. Vi skriver husholdningernes nytte som  $u(x, et)$ . Hvis husholdningerne kan vælge  $x, e, t$  frit kan vi skrive husholdningernes problem som

$$\begin{aligned} &\text{Maks}_{x,e,t} u(x, et) \\ &\text{under budgettet } p_x x + p_e e + p_t t = M \end{aligned}$$

Løser man problemet får man helt abstrakt, at de tre varer findes som funktion af priser og budget

$$\begin{aligned} \tilde{e} &= \tilde{e}(p_x, p_e, p_t, M) \\ \tilde{t} &= \tilde{t}(p_x, p_e, p_t, M) \\ \tilde{x} &= \tilde{x}(p_x, p_e, p_t, M) \end{aligned} \tag{2}$$

Specielt får man (som det senere fremgår), at

$$\frac{\tilde{e}}{\tilde{t}} = \frac{p_t}{p_e} \tag{3}$$

## Eksogent $t$

Alternativt kan vi forestille os, at  $t$  er eksogen fra forbrugerens side. Vi forestiller os dog stadig, at  $t$  koster noget lige som ovenfor. Problemet bliver

$$\begin{aligned} &\text{Maks}_{x,e} u(x, et) \\ &\text{under budgettet } p_x x + p_e e = M - p_t t \end{aligned}$$

Problemet giver den løsning, som er vist i (1). Løsningen kan altså skrives som

$$\begin{aligned} \hat{e} &= \hat{e} \left( \frac{p_e}{p_x}, M - p_t t, \frac{1}{t} \right) \\ \hat{x} &= \hat{x} \left( \frac{p_e}{p_x}, M - p_t t \right) \end{aligned} \quad (4)$$

(Hvor  $\hat{e}$  stiger 1% når  $\frac{1}{t}$  stiger 1% som i (1).)

Variabler med tilde er løsninger til problemet med frit  $t$  og variabler hat er løsninger til problemet med eksogent  $t$ .

## Fejlvurderingen af prisafhængigheden

Den sande prisafledte kan findes fra (2) og den afledte i den restrikerede model fra (4). Sammenhængen er (fortegn er angivet under de afledte, hvor det er muligt generelt)

$$\frac{\partial \tilde{e}}{\partial p_e} = \frac{\partial \hat{e}}{\partial t} \frac{\partial \tilde{t}}{\partial p_e} + \frac{\partial \hat{e}}{\partial p_e} \quad (5)$$

-            -/+ +/ -            -

Om relationen kan bemærkes, at hvis  $\frac{\partial \hat{e}}{\partial t}$  og  $\frac{\partial \tilde{t}}{\partial p_e}$  har modsat fortegn gælder, at  $\left| \frac{\partial \hat{e}}{\partial p_e} \right| < \left| \frac{\partial \tilde{e}}{\partial p_e} \right|$ . Det mest intuitive er nok, at  $\frac{\partial \hat{e}}{\partial t} < 0$  og  $\frac{\partial \tilde{t}}{\partial p_e} > 0$ , dvs. tvinges energieffektiviteten op, så mindskes forbruget af energi i den restrikerede model, og stiger energiprisen så vil forbrugerne i den frie model vælge mere energieffektive apparater. Som det senere vil fremgå, er det også det empirisk relevante tilfælde, men teoretisk er det ikke sikkert det holder. Til gengæld vil fortegnene altid være forskellige, så der vil faktisk gælde, at priselasticiteten undervurderes.

## 3 Den sande elasticitet udledt fra det restrikerede system

I relationen (5) ovenfor er der jo i EMMA estimeret leddene  $\frac{\partial \hat{e}}{\partial t}$  og  $\frac{\partial \hat{e}}{\partial p_e}$ , mens vi ikke umiddelbart kender  $\frac{\partial \tilde{e}}{\partial p_e}$  eller  $\frac{\partial \tilde{t}}{\partial p_e}$ . Imidlertid kan vi fra modellen med frit valg af effektivitet finde en sammenhæng mellem  $\frac{\partial \tilde{e}}{\partial p_e}$  og  $\frac{\partial \tilde{t}}{\partial p_e}$ , således at vi med hjælp

af (5) kan finde  $\frac{\partial \tilde{e}}{\partial p_e}$  og  $\frac{\partial \tilde{t}}{\partial p_e}$ . Vi kan altså få et indtryk af, hvor kvantitativt vigtigt undervurderingen er. Det skal nævnes, at når vi kan finde et sådant kvantitativt udtryk, er det fordi vi i papiret har en simpel model, og i en mere generel model må man nok nøjes med en kvalitativ vurdering af undervurderingen. Specielt begrænsende i modellen er måske, at udgiften til effektivitet er lineær i  $t$  som  $p_t t$ . Man kan sagtens forsette sig fx at udgiften er  $p_t(t)t$  med prisen stigende i  $t$ . Tolkningen heraf er det bliver stadig dyrere at få en bil til at køre en km. mere pr. liter.

For at finde sammenhængen mellem  $\frac{\partial \tilde{e}}{\partial p_e}$  og  $\frac{\partial \tilde{t}}{\partial p_e}$  opskrives modellen med frit valg af  $t$  i to trin. Fordelen ved at skrive problemet i to trin er, at man fremhæver den særlige "underproduktion" af "ydelse" som naturligt er produktet af to varer. Vi indfører derfor ydelsen  $z^2 = et$  og desuden et budget  $M$ .

### Trin 1

$$\begin{aligned} & \text{Maks}_{x,z} u(x, z^2) \\ & \text{Under bibetingelse } p_x x + p_z z = M \end{aligned}$$

### Trin 2

$$\begin{aligned} & \text{Min}_{e,t} p_e e + p_t t \\ & \text{Under bibetingelsen } et = z^2 \end{aligned}$$

Løsningen til problemet i trin 2 bliver

$$\begin{aligned} t &= \sqrt{\frac{p_e}{p_t}} z \\ e &= \sqrt{\frac{p_t}{p_e}} z \end{aligned}$$

og den aggregerede pris for  $z$ ,  $p_z$ , bliver

$$p_z = \frac{p_t t + p_e e}{z} = 2\sqrt{p_t p_e}$$

(Se evt. appendiks vedrørende dette to-trinsproblem). Man nu finde en sammenhæng mellem elasticiteterne. Det gøres ved at skrive denne prisafledte ved kædereglen som (løsning til to-trins-problemet skrives med tilder, da det jo er det urestrikterede problem)  $\frac{\partial \tilde{e}}{\partial p_e} = \frac{\partial \tilde{e}}{\partial p_e} \Big|_z + \frac{\partial \tilde{e}}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial p_z} \frac{\partial \tilde{p}_z}{\partial p_e}$  (og tilsvarende for effektiviteten). I elasticiteter får man

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{e}}{\partial p_e} \frac{p_e}{\tilde{e}} &= \frac{\partial \tilde{e}}{\partial p_e} \Big|_z \frac{p_e}{\tilde{e}} + \frac{\partial \tilde{e}}{\partial z} \frac{\partial z}{\partial p_z} \frac{\partial \tilde{p}_z}{\partial p_e} \frac{p_e}{\tilde{e}} \\ &= \frac{\partial \tilde{e}}{\partial p_e} \Big|_z \frac{p_e}{\tilde{e}} + \frac{\partial \tilde{e}}{\partial z} \frac{\tilde{z}}{\tilde{e}} \cdot \frac{\partial \tilde{z}}{\partial p_z} \frac{\tilde{p}_z}{\tilde{z}} \cdot \frac{\partial \tilde{p}_z}{\partial p_e} \frac{p_e}{\tilde{p}_z} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{\partial \tilde{y}}{\partial p_z} \frac{\tilde{p}_z}{\tilde{z}} \cdot \frac{1}{2} \leq -\frac{1}{2} \\
\frac{\partial \tilde{t}}{\partial p_e} \frac{p_e}{\tilde{t}} &= \frac{\partial \tilde{t}}{\partial p_e} \Big|_z \frac{p_e}{\tilde{t}} + \frac{\partial \tilde{t}}{\partial z} \frac{\tilde{z}}{\tilde{t}} \cdot \frac{\partial \tilde{z}}{\partial p_z} \frac{\tilde{p}_z}{\tilde{z}} \cdot \frac{\partial \tilde{p}_z}{\partial p_e} \frac{p_e}{\tilde{p}_z} \\
&= \frac{1}{2} + 1 \cdot \frac{\partial \tilde{z}}{\partial p_z} \frac{\tilde{p}_z}{\tilde{z}} \cdot \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2} \\
&= \frac{\partial \tilde{e}}{\partial p_e} \frac{p_e}{\tilde{e}} + 1
\end{aligned} \tag{6}$$

Der er altså en simpel sammenhæng mellem elasticiteten for energien og for tren- den i den urestrikerede model. Dertil kommer, at relation (5) kan skrives i elasticiteter, hvis vi antager, at  $\hat{e} = \tilde{e}$ , dvs. vi løser den restrikerede model i et punkt, hvor det er løsningen for  $t$  i den frie model, som bruges som parameter i den restrikerede model. Det er rimeligt på langt sigt. Disse to forhold gør, at de to ubekendte elasticiteter i (5) bliver til en enkelt. Vi får da (5) som (brugt  $t = \hat{t}$  og  $\hat{e} = \tilde{e}$ )

$$\frac{\partial \tilde{e}}{\partial p_e} \frac{p_e}{\tilde{e}} = \frac{\partial \hat{e}}{\partial t} \frac{t}{\hat{e}} \frac{\partial \tilde{t}}{\partial p_e} \frac{p_e}{\tilde{t}} + \frac{\partial \hat{e}}{\partial p_e} \frac{p_e}{\hat{e}} \tag{7}$$

der kan omskrives til

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \tilde{e}}{\partial p_e} \frac{p_e}{\tilde{e}} &= \frac{\partial \hat{e}}{\partial t} \frac{t}{\hat{e}} \left( \frac{\partial \tilde{t}}{\partial p_e} \frac{p_e}{\tilde{t}} + 1 \right) + \frac{\partial \hat{e}}{\partial p_e} \frac{p_e}{\hat{e}} \\
&\Leftrightarrow \\
\frac{\partial \tilde{e}}{\partial p_e} \frac{p_e}{\tilde{e}} &= \frac{\frac{\partial \hat{e}}{\partial t} \frac{t}{\hat{e}} + \frac{\partial \hat{e}}{\partial p_e} \frac{p_e}{\hat{e}}}{1 - \frac{\partial \hat{e}}{\partial t} \frac{t}{\hat{e}}} \\
&= \frac{\beta_1 + \beta_2}{1 - \beta_1} \quad \text{hvor } \beta_1 = \frac{\partial \hat{e}}{\partial t} \frac{t}{\hat{e}}, \beta_2 = \frac{\partial \hat{e}}{\partial p_e} \frac{p_e}{\hat{e}}
\end{aligned} \tag{8}$$

Nu kan man opfatte  $\beta_1$  og  $\beta_2$  som parametre, der er estimeret i EMMA's model for husholdningernes energiforbrug. Det er dog en lille smule snyd, for  $\beta$ 'erne er ovenfor udledt fra den restrikerede model, hvor effektiviteten faktisk koster noget, hvilket ikke er tilfældet i EMMA's model. Parameteren  $\beta_1 = \frac{\partial \hat{e}}{\partial t} \frac{t}{\hat{e}}$  vil derfor være lavere i den restrikerede model end i EMMA, fordi højere tvunget effektivitet ovenfor mindsker budgettet – forudsat at energi er et normalt gode. Forskellen i effekten er dog lille, hvis omkostningerne til  $t$  (omkostningerne til varen effektivitet) er en lille andel af det samlede budget. Ser vi imidlertid bort herfra, kan vi fra (1) udnytte det teoretiske bånd, som er også er brugt i estimationerne

$$\beta_1 = -1 - \beta_2, \text{ og } \beta_2 < 0$$

så vi kan skrive priselasticiteten i modellen med frit  $t$ -valg som

$$\frac{\partial \tilde{e}}{\partial p_e} \frac{p_e}{\tilde{e}} = \frac{-1}{1 - \beta_1} = \frac{-1}{2 + \beta_2} \tag{9}$$

En ide om størrelsen af elasticiteterne kan fås ved at indsætte de i EMMA estimerede  $\beta$ -parametre i udtrykkene ovenfor. Tabellen viser resultatet.

### Implicitte priselasticiteter

|        | Estimerede parametre         |           | Beregnete, jf. (9) og (6)        |                        |
|--------|------------------------------|-----------|----------------------------------|------------------------|
|        | Trend ( $\hat{e}$ mht. $t$ ) | Pris      | Trend ( $\tilde{t}$ mht. $p_e$ ) | Pris                   |
|        | $\beta_1$                    | $\beta_2$ | $\frac{\beta_1}{1-\beta_1}$      | $\frac{-1}{1-\beta_1}$ |
| Varme  | -0.38                        | -0.62     | -0.28                            | -0.72                  |
| El     | -0.70                        | -0.30     | -0.41                            | -0.59                  |
| Benzin | -0.49                        | -0.51     | -0.34                            | -0.66                  |

Kilde: *Energi- og miljømodeller til ADAM*

Vi ser, at priselasticiteten opvurderes, men egentlig ikke så voldsomt.

Man bemærker i øvrigt fra (9), at da  $\frac{\partial \tilde{e}}{\partial p_e} \frac{p_e}{e} < 0$  skal  $\beta_2 > 2$ , der er altså et bånd på hvor numerisk store elasticiteter, der kan estimeres (i den restriktede model).

Fra (6) ser vi, at fortegnet på effektivitetens energiprisafhængighed,  $\frac{\partial \tilde{t}}{\partial p_e}$ , afhænger af hvor stor substitutionen mellem energiydelser og andre varer er, dvs.  $\frac{\partial z}{\partial p_z}$ . Er substitutionen mellem energiydelser og andre varer stor, kan vi få, at energieffektiviteten falder, når energipriserne stiger. For given  $z$  vil forbrugeren godt nok bruge mere  $t$ , når energiprisen stiger, men forbruget af  $z$  falder så meget, at  $t$  alt i alt falder. Dette virker jo lidt overraskende, men skyldes simpelthen, at mængden af efterspurgt effektivitet afhænger af den energiydelse, forbrugeren vælger. Energibesparelsen ved høj effektivitet afhænger jo af, hvor store energiydelser forbrugeren ønsker. Et eksempel på noget i den retning kan være, at sommerhuse med lille behov for varmeydelser, ofte indrettes med varmekilder med høj effektivitetskorrigeret energipris.

Fra (6) og (9) ser man betingelserne for de to omtalte tilfælde:

Tilfælde 1 (det overraskende):

$$\frac{\partial \tilde{z}}{\partial p_z} \frac{p_z}{z} < -1 \Leftrightarrow \frac{\partial \tilde{t}}{\partial p_e} \frac{p_e}{t} < 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \tilde{e}}{\partial p_e} \frac{p_e}{e} < -1 \Leftrightarrow (\beta_1 =) \frac{\partial \hat{e}}{\partial t} \frac{t}{\hat{e}} > 0 \Leftrightarrow (\beta_2 =) \frac{\partial \hat{e}}{\partial p_e} \frac{p_e}{\hat{e}} < -1$$

Tilfælde 2:

$$\frac{\partial \tilde{z}}{\partial p_z} \frac{p_z}{z} > -1 \Leftrightarrow \frac{\partial \tilde{t}}{\partial p_e} \frac{p_e}{t} > 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \tilde{e}}{\partial p_e} \frac{p_e}{e} > -1 \Leftrightarrow (\beta_1 =) \frac{\partial \hat{e}}{\partial t} \frac{t}{\hat{e}} < 0 \Leftrightarrow (\beta_2 =) \frac{\partial \hat{e}}{\partial p_e} \frac{p_e}{\hat{e}} > -1$$

Vi kan altså sige, at det er størrelsen af substitutionen mellem energiydelse og andre varer, dvs.  $\frac{\partial z}{\partial p_z} \frac{p_z}{z}$ , der ”styres”, hvilket tilfælde man får. Er denne priselasticitet stor, får man tilfælde 1, at forbrugeren vælger mindre energieffektivitet,

når energiprisen stiger, og at stigende tvungen energieffektivitet i den restrikerede model øger energiforbruget. At forbrugeren vælger mindre energieffektiv teknologi i tilfældet, betyder dog ikke, at energipriser ikke påvirker energiforbruget i dette tilfælde. Tværtimod er energipriselasticiteten høj (numerisk over 1) i tilfældet.

Vi ser også  $\frac{\partial \hat{t}}{\partial p_e} \frac{p_e}{t}$  og  $\frac{\partial \hat{e}}{\partial t} \frac{t}{\hat{e}}$  har modsat fortegn, så den sande priselasticitet i (5) altid vil blive undervurert ift. den estimerede.



## Appendiks

I et ureflekteret øjeblik kan man blive forvirret over, at det er kvadratet  $z^2$ , der indgår i nyttefunktionen i to-trinsproblemet og som der betinges på i trin 2, mens det er  $z$ , der indgår i budgettet. Det kan måske være nyttigt at tænke på den måde, at man kan få fire gange så meget ”ydelse” (fire gange så meget  $z^2$ ) ved at fordoble  $e$  og  $t$  og derved fordoble udgifterne. Men for at være helt sikker på, at de to måder at opstille problemet på er ækvivalente, dvs. giver samme løsning, giver vi en sætning.

**Sætning:** Lad  $(x^0, e^0, t^0)$  være løsning til problemet et-trinsproblemet med frit valg af  $t$  og lad  $(x^1, e^1, t^1, z^1)$  med  $z^1 = \sqrt{e^1 t^1}$  være løsning til to-trinsproblemet. Lad  $u$  være strengt kvasikonkav.

Der gælder, at  $(x^0, e^0, t^0) = (x^1, e^1, t^1)$  og  $z^{1^2} = e^1 t^1$ .

**Bevis:** Første gælder, at forbrugsbundter, der opfylder budgettet i det ene problem, også opfylder budgettet i det andet problem – det gælder fordi

$$\begin{aligned} p_x x + p_z z &\leq M \\ \Leftrightarrow \\ p_x x + \frac{p_e e + p_t t}{z} z &= p_x x + p_e e + p_t t \leq M \end{aligned}$$

hvor der står, at bundter der opfylder budgettet i to-trinsproblemet (i første linie) er der samme som dem, der opfylder budgettet i et-trinsproblemet – vi har blot udnyttet definitionen af  $p_z$  i to-trinsproblemet.

Lad os nu sige, at  $(x^0, e^0, t^0)$  løser et-trinsproblemet. Vil  $(x^0, z^{0^2})$  med  $z^{0^2} = e^0 t^0$  løse to-trinsproblemet? Ja, for hvis et andet  $(x^1, z^{1^2})$ ,  $z^{1^2} = e^1 t^1$  løste problemet, så ville vi fra trin 1 have  $u(x^1, z^{1^2}) = u(x^1, e^1 t^1) > u(x^0, z^{0^2}) = u(x^0, e^0 t^0)$ . Men det er i modstrid med at  $(x^0, e^0, t^0)$  løste et-trinsproblemet, for  $(x^1, e^1, t^1)$  opfylder også budgetbetingelsen.

Lad os omvendt sige at  $(x^1, z^{1^2}) = (x^1, e^1 t^1)$  løser to-trinsproblemet. Vil  $(x^1, e^1 t^1)$  så løse et-trinsproblemet? Ja, for hvis et andet  $(x^0, e^0 t^0)$  løste et-trinsproblemet ville (sæt  $z^{0^2} = e^0 t^0$ )  $u(x^0, e^0 t^0) = u(x^0, z^{0^2}) > u(x^1, e^1 t^1) = u(x^1, z^{1^2})$  og da både  $(x^0, z^{0^2})$  og  $(x^1, z^{1^2})$  opfylder budgettet i første trin af to-trinsproblemet, er det i modstrid med, at  $(x^1, z^{1^2})$  løser to-trinsproblemet.