Danmarks Statistik
MODELGRUPPEN

Arbejdspapir*

8. marts 2000

Michael Andersen

Forbrug og likviditetsbegrænsninger

Resumé:
Papiret viser med udgangspunkt i Blanchards OLG-model, hvorledes en aggregeret forbrugsfunktion baseret på livsløbshypotesen kan formuleres. Under passende antagelser er det muligt at formulere en forbrugsfunktion, der kan estimeres og implementeres i ADAM uden, at det nødvendigvis kræver, at ADAM skal kunne løse ligninger med fremtidige variable. Af hensyn til realismen og fleksibiliteten i forbrugsfunktionen ses specielt på effekten af likviditetsbegrænsede forbrugere. Papiret præsenterer ikke konkrete estimationer, men giver forslag til fremtidigt arbejde.

Filnavn: forbrug.tex

Nøgleord: Forbrugsfunktion, livsløbshypotese, rationelle foretninger, likviditetsbegrænsninger

1 Indledning

Vi tager udgangspunkt i Blanchards overlappende generationsmodel, hvor forbrugerne maksimerer nutidsværdien af nytten over hele resten af deres liv givet en intertemporal budgetrestriktion[1]. Det geniale i Blanchards model er, at der antages konstant dødssandsynlighed. Det er måske ikke overvældende realistisk, men gør det til gengæld muligt at aggregere over forskellige generationer (og dermed tillade, at indkomsten varierer over livsforløbet) på en måde, så man kan holde ud at se på det aggregerede udtryk.

2 Perfekte kapitalmarkeder

Konkret antages, at dødssandsynligheden er p uanset alder, og at arbejdsindkomsten over livet aftager med en hastighed, der er bestemt af α. (Jo større α jo hutigere aftager indkomsten.) θ er udtryk for forbrugerenes tidspræferencerate (jo større θ, jo mere utålmodige er forbrugerne). Det kan så vises, at den aggregerede forbrugsfunktion bliver[2]:

$$C_t = a_1 \left(W_{t-1} + H_t \right) \tag{1}$$

hvor W_{t-1} er formuen ved periodens start og H_t er den samlede humankapital i økonomien, dvs. nutidsværdien af alle fremtidige arbejdsindkomster (se appendix A for konkret udtryk) og $a_1 = 1 - (1-p)(1-\theta)$.

Problemet i (1) er, at vi ikke kender humankapitalen fordi vi ikke kender de fremtidige indkomster og renter. Det er præcis det samme problem, der findes i ADAMs forbrugsrelation i dag, hvis man skal argumentere for den udfra livsløbshypotensen.
Man kan imidlertid antage en udvikling i arbejdsindkomsterne, $(Y_i)_{i=t}^{\infty}$ og renten $(r_i)_{i=t}^{\infty}$ og hvis den gøres tilstrækkelig pæn (fx konstant vækst i indkomsten og konstant rente, se appendix B) fås:

$$H_t = \omega Y_t$$

hvor ω er en konstant, der afhænger af p, α, renten og vækstraten i forbruget. Derpå fås følgende ligning for forbruget:

$$C_t = a_1 W_{t-1} + b_1 Y_t$$

hvor $b_1 = \omega a_1$. Man kan så stille sig til tåls med at kende parametrene a_1 og b_1, men man kan også, hvis man udnytter, at $\frac{1}{p}$ er den forventede livslængde,

[1] Og dermed kræves altså, at der er perfekte kapitalmarkeder; at forbrugerne kan ind- og udlåne ubegrænset til samme rente. Det vender vi tilbage til.

[2] Detaljeret løsning af modellen er langhåret og vil udkomme senere i appendix, hvis det ønskes.

give et bud på p og derefter kan θ identificeres fra a_1. Hvis man yderligere er villig til at give et konkret bud på renten og vækstraten i indkomsten, kan α ligeledes identificeres (eller omvendt) fra b_1.

Alternativt kan man omskrive forbrugsfunktionen (1) ovenfor vha. definitionen på humankapital og nå frem til:

$$C_t = a_2 \left(W_{t-1} + Y_t \right) + b_2 \frac{C_{t+1}}{1 + r_t} \tag{2}$$

(Se appendix C for sammenhængen mellem parametrene.) I denne ligning indgår kun kendte variable, men til gengæld indgår den leadede værdi af forbruget, hvilket dels skaber estimationsproblemer, dels giver problemer hvis ligningen implementeres i ADAM. Det er dog muligt udfra ligningen, at estimere θ og α, hvis det igen antages, at p kendes.

Forskellen på (1) og (2) er, at for at estimere (1) kræves antagelser om udviklingen i fremtidig indkomst og rente, mens (2) rent estimationsteknisk og mht. kørsel i ADAM er noget sværere. Mht. antagelser om fremtidig indkomst og rente bemærkes, at det eneste, der i princippet kræves er, at forbrugerne *tror*, at de kender den fremtidige udvikling. I princippet er der heller intet i vejen for, at lade den fremtidige udvikling være afhængig af samtidige variable fx den nuværende rente fremfor at lade dem være konstante.

Mht. forbrugsfunktionen (1) bemærkes, at der ikke, som i den nuværende ADAM-relation, tages logaritmer. Det kan man selvfølgelig vælge at gøre af estimationshensyn for at opnå homoskedasticitet, men alternativt kan man ved estimationen fx. dividere med humankapitalleddet, H_t. Vigtigere at bemærke er, at når der ikke tages logaritmer, vil homogenitetsrestriktionen dvs. restriktionen, at en permanent stigning i indkomst og formue på 1 pct. giver en stigning i forbruget på 1 pct., være opfyldt uanset værdien af a_1.

3 Likviditetsrestriktioner

Vi antager nu, at en del af forbrugerene er likviditetsbegrænsede, altså at de specielt ikke kan låne. Dermed gælder ovenstående ikke, da forbrugerne ikke skal overholde en *intertemporal* budgetbetingelse, men i stedet en budgetbetingelse i *hver* periode. Vi antager forsimplende, at for disse forbrugere er forbruget simpelthen lig indkomsten:

$$C_t = Y_t \tag{3}$$

Det er der overhovedet ingen grund til at antage, for selvom om folk ikke kan låne, betyder det jo ikke, at de ikke vil spare op. Det er imidlertid en ofte set antagelse, og det foreslås, at vi indtil videre arbejder videre med den. (Alternativt kan man antage $C_t = \gamma Y_t$, hvor $0 < \gamma < 1$.)

Vi antager nu, at andelen λ af forbrugerne er likviditetsbegrænsede. Dermed får vi en aggregeret forbrugsfunktion svarende til (1)[3]:

$$C_t = \lambda Y_t + (1 - \lambda)\, a_1 \left(W_{t-1} + H_t\right)$$

og vi kan endnu engang, ved passende antagelser, finde H_t udtrykt ved Y_t og får derved:

$$C_t = a_3 W_{t-1} + b_3 Y_t$$

(se appendix D for sammenhænge mellem parametre.)

Nu begynder det dog at blive lidt langhåret, hvis vi vil kende de strukturelle parametre, idet vi ikke længere kan identificere både λ, θ, og α. Vi kan dog søge hjælp i ækvivalenten til (2), hvis vi vil kende de strukturelle parametre: (parametersammenhænge i appendix E; hvis man beslutter sig for, hvad p er, kan θ, α og λ findes (i princippet) fra a_4, b_4 og c_4):

$$C_t = a_4 W_{t-1} + b_4 Y_t + c_4 \frac{C_{t+1}}{1 + r_t}$$

der ikke kræver antagelser om indkomst og rente i fremtiden.

En oplagt mulighed i ovenstående er at gøre λ tidsafhængig. Derved fås i de to tilfælde:

$$C_t = a_{5t} W_{t-1} + b_{5t} Y_t$$

eller:

$$C_t = a_{6t} W_{t-1} + b_{6t} Y_t + c_{6t} \frac{C_{t+1}}{1 + r_t}$$

λ_t kan fx. estimeres som en tridstrend, der kan fange:

- Udvikling i demografien, hvis man mener, at andelen af befolkningen, der er likviditetsbegrænsede, har en sammenhæng hermed. (Fx andelen af unge/ældre)
- Udviklingen i muligheden for kredit som følge af kapitalmarkedernes udvikling.

Det er naturligvis også muligt at lade λ_t afhænge direkte af demografiske forhold eller af et mål for situationen på de finansielle markeder.

Fordelen ved at gøre λ tidsafhængig er, udover en mere fleksibel speicifikation, at lette identifikationen af de strukturelle parametre.

[3] Vi kombinerer (1) og (3).

4 Afrunding

Papiret anviser nogle muligheder for estimation af forbrugsrelation i ADAM. Hovedkonklusionen er, at det med antagelser om fremtidige indkomster og renter, og hvis man ser bort fra identifikation af strukturelle partametre, er muligt at estimere en forbrugsrelation à la den nuværende med baggrund i livsløbshypotesen. Ved at tillade leadede variable med deraf følgende problemer i estimation og modelløsning, kan en forbrugsrelation alternativt findes uden antagelser om fremtidig indkomst. Derudover slås i papiret til lyd for, at man forsøger sig med en model, der tillader forbrguerne at være likviditetsbegrænsede.

5 Appendix

Appendix A

Humankapitaludtrykket ser ud som følger:

$$H_t = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{Y_{t+i} (1-p)^i (1-\alpha)^i}{\Pi_{j=0}^{i} (1+r_{t+j})}$$

(idet $\frac{1+r_i}{1-p}$ er renten "korrigeret" for dødssandsynlighed og leddet $(1-\alpha)$ skyldes, at indkomsten jo aftager over livet.)

Appendix B

Hvis det, meget simpelt, antages, at $Y_{t+i+1} = (1+g) Y_{t+i}$ for alle i og, at $r_{t+i} = g$ for alle i og, at fås:

$$H_t = \frac{1}{1-(1-p)(1-\alpha)} Y_t \equiv \omega Y_t$$

Appendix C

Der gælder følgende samhænge mellem parametrene:

$$\begin{aligned} a_2 &= \frac{(1-(1-p)(1-\theta))(1-(1-p)(1-\alpha))}{(1-p)(1-\theta)+(1-(1-p)(1-\theta))(1-(1-p)(1-\alpha))} \\ b_2 &= \frac{(1-p)(1-\alpha)}{(1-p)(1-\theta)+(1-(1-p)(1-\theta))(1-(1-p)(1-\alpha))(1+r_t)} \end{aligned}$$

Appendix D

hvor

$$\begin{aligned} a_3 &= (1-\lambda)\, a_1 \\ &= (1-\lambda)\,(1-(1-p)\,(1-\theta)) \end{aligned}$$

og

$$\begin{aligned} b_3 &= \lambda + (1-\lambda)\, a_1 \omega \\ &= \lambda + (1-\lambda)\,(1-(1-p)\,(1-\theta))\,\omega \end{aligned}$$

Appendix E

Der gælder:

$$\begin{aligned} a_4 &= (1-\lambda)\, a_2 \\ &= (1-\lambda)\,\frac{(1-(1-p)\,(1-\theta))\,(1-(1-p)\,(1-\alpha))}{(1-p)\,(1-\theta)+(1-(1-p)\,(1-\theta))\,(1-(1-p)\,(1-\alpha))} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b_4 &= \lambda + (1-\lambda)\, a_2 \\ &= \lambda + (1-\lambda)\,\frac{(1-(1-p)\,(1-\theta))\,(1-(1-p)\,(1-\alpha))}{(1-p)\,(1-\theta)+(1-(1-p)\,(1-\theta))\,(1-(1-p)\,(1-\alpha))} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} c_4 &= (1-\lambda)\, b_2 \\ &= (1-\lambda)\,\frac{(1-p)\,(1-\alpha)}{(1-p)\,(1-\theta)+(1-(1-p)\,(1-\theta))\,(1-(1-p)\,(1-\alpha))\,(1+r_t)} \end{aligned}$$