Danmarks Statistik
MODELGRUPPEN

Arbejdspapir

Martin Junge

21. november 2003

Pensionsformuen i forbrugsfunktionen (og den offentlige sektors budgetrestriktion)

Resumé:

Vi opstiller forbrugerens problem kombineret med en tvungen pensionsopsparing Formålet er at finde en definition af indkomst og formue i forbrugsfunktionen, diskutere anvendelse af en anden afkastsats på pensionsformue og resten af formuen, og endelig at få belyst om der skal specielle korrektioner til fordi formuen er under opbygning. Endelig vil vi diskutere problemet set fra den offentlige sektor i form af udskudte skatter.

MAJ

Nøgleord: Pensionsformue, udskudte skatter, privat forbrug, diskontering, Den offentlige sektors budgetrestriktion.

Modelgruppepapirer er interne arbejdspapirer. De konklusioner, der drages i papirerne, er ikke endelige og kan vFre Fndret inden opstillingen af nye modelversioner. Det henstilles derfor, at der kun citeres fra modelgruppepapirerne efter aftale med Danmarks Statistik.

1. Indledning

I HCOxxxx og HCOxxxx er der opstillet beregninger for nutidsværdien af pensionsformuen og udskudte skatter. Pointen er at indbetalinger til pension beskattes ved udbetaling og er skatteundtaget ved indbetalinger, dermed skabes et behov for at justere pensionsformuen, idet en stor del vil være overførsler til det offentlige (i form af fremtidig skat). Derudover kan afkastet af formuen afvige fra markedsbestemt afkast og føre til forskelle mellem diskontering og afkast. Forskellen får lov at eksistere pga. institutionelle barrierer for pensionsformuen. For det første er den for mange agenter tvungen og for det andet er den meget bekostelig at ophæve. Store investorer (pensionskasserne) kan opnå en bedre forrentning end individuelle opsparer og evt. kan skatte forskelle yderligere tviste forholdet mellem markedsafkast og pensionsformueafkastet. Til sidstnævnte kan vi tilføje at pensionsafkastet er underlagt en særlig pensionsskat, mens markedsafkast ofte beskattes i indkomst skattesystemet.

Set fra den offentlige sektor er fradraget i indkomst af pensionsindbetalinger før skatteberegning ensbetydende med en dårligere netto balance hvis man ikke inkluderer den fremtidige skatteindtægt ved udbetalinger.

For at skære tingene ud i pap og gøre beregningerne klare vil vi i dette papir gennemgå først antagelserne bag forbrugsfunktionen og dernæst bringe nogle nye bud på pensionsformuen, som er konsistent med disse antagelser både set fra forbrugeren og den offentlige sektor.

Allerførst skal vi dog komme med et simpelt argument a la HCOxxxx. Det kommer vi lang vej med i steady state; men i den mere komplicerede opbygning af formuen vil vi være begrænsede og må ty til løsning af forbrugerens problem.

Der er et specifikt problem i forbindelse med disse ordninger og der er muligheden for at skelne mellem kollektive og individuelle ordninger. Argumenter for hvorfor vi ignorer denne distinktion: Der er flere grunde til at vi ignorerer distinktionen mellem disse. For det første er vi nødt til at introducere stokastik i form af overlevelsessandsynligheder og i steady state vil en konstant dødssandsynlighed blot ændre diskonteringsraten og afkastet fra kasserne vil ligeledes blive hævet med de afdødes uudbetalte opsparing. For det andet beskæftiger vi os med repræsentative årgange. Hvis dødssandsuyn

2. En simpel opstilling af pensionsformuen og korrektion af skatter.

Inden vi kaster os over optimerende agenter og skidt og kanel , så lad os følge HCO simple betragtninger. Vi kan komme meget langt med blot at betragte akkumulations ligninger etc. I det følgende antager vi at der indbetales en alfa procent del af indkomst. Formuen sættes kun i obligationer, som giver et afkast der varierer over tid.

Den simple gennemgang fører til at vi ikke blot kan anvende formuen som nutidsværdi idet diskontering og afkast antages forskelligt.

Udbetalinger????

2. Forbrugerens problem

Hvorfor er det nødvendigt at løse forbrugerens problem? Vi skal kende indbetalings andele, vi skal vide hvordan formuen påvirker forbruget, vi skal vide hvilken indkomst der bør indgå i forbrugsfunktionen.

I ADAM anvendes Brumberg og Modigliani (1980). Vi vil kort skitsere modellen[1] og derefter udvide med en tvungen pensionsopsparing. Det tvungne element kommer fra de offentlige ordninger og til dels arbejdsmarkedsordningerne, som er aftalt via overenskomsterne; endvidere er det meget svært at ophæve disse ordninger (sygdom og død). Nedenfor antager vi at renten er konstant, samt at diskonteringsraten er lig renten. Hvis disse var forskellige kunne beregningerne stadig gennemføres uden de store ændringer, idet vi antager endelig tidshorisont.

Vi har et individ, som har en restlevetid på T perioder. Hun har givet en initial formue og planlægger at spendere den over restlevetiden sammen med sin arbejdsindkomst. Vi antager at arbejdsindkomsten er eksogen og konstant over restlevetiden. I sidste periode trækker forbrugeren sig tilbage og lever af sin opsparede formue. Vi indekserer forbrugerens alder med τ. Vi antager også at forbrugerens præferencer er af typen CRRA.

$$U = \max_{\{c_\tau\}_{\tau=0}^{T}} \sum_{\tau=0}^{T} \beta^{\tau} \frac{c_\tau^{1-\rho}}{1-\rho}, \rho > 0$$

under budgetrestriktionen

$$\begin{aligned} &A_0 \ \textit{givet} \\ &A_{\tau+1} = (1+r)(A_\tau + y - c_\tau), \tau < T \\ &A_{T+1} = (1+r)(A_T - c_T) = 0 \end{aligned}$$

Det sidste lighedstegn følger også af nyttefunktionens form, idet umættelighed sørger for at al formue forbruges i sidste periode. Bemærk at formuen er dateret primo.

I en udvidelse af denne simple model lader vi plot pensionsopsparingen være tvungen; men tillader at afkastet ikke er det samme som på anden opsparing. I forhold til ovenstående betyder det at budgetrestriktionen ændrer sig en anelse til følgende:

[1] For de få som er interesseret anvender Modigliani og Brumberg en anden antagelse om rente tilskrivning end vi gør. Deres periode budget restriktion er $A_{t+1} = (1+r)A_t + y - c_t$. Derfor er vores resultater ikke helt identiske.

$$
\begin{aligned}
&A_0 \ givet \\
&A_{\tau+1} = (1+r)(A_\tau + y - s - c_\tau) \ for\ \tau < T \\
&A_{T+1} = (1+r)(A_T - c_T + s\sum_{j=0}^{T-1}(1+r_s)^{T-j}) = 0
\end{aligned}
$$

hver periode indbetales s kroner i en kasse, som så udbetales i sidste periode T, inklusiv forrentningen r_s. A angiver anden formue end pensionsopsparing. Det viser sig at vi skal være en anelse mere præcise i vores formulering af problemet. Her introducerer vi den aggregerede pensionsopsparing, S.

$$
\begin{aligned}
&A_0 \ givet \\
&A_{\tau+1} = (1+r)(A_\tau + y - s - c_\tau) \ for\ \tau < T \\
&S_{\tau+1} = (1+r_s)(S_\tau + s\,) for\ \tau < T, S_0 = 0 \\
&A_{T+1} = (1+r)(A_T - c_T + S_T) = 0
\end{aligned}
$$

Vi vil også antage at der er forskel i beskatning af ud- og indbetalinger. Således antager vi at indkomst beskattes (til offentligt forbrug hvoraf ingen nytte drages) til satsen t_y og udbetalinger fra pensionskassen beskattes med t_s, som er lavere end t_y. I denne simple udgave beskattes renteindkomst ikke; men det kunne vi let ændre.

$$
\begin{aligned}
&A_0 \ givet \\
&A_{\tau+1} = (1+r)(A_\tau + (1-t_y)(y-s) - c_\tau) \ for\ \tau < T \\
&A_{T+1} = (1+r)(A_T - c_T + (1-t_s)s\sum_{j=0}^{T-1}(1+r_s)^{T-j}) = 0
\end{aligned}
$$

Som før findes en udgave hvor vi opstiller pensionsformuen eksplicit. Hvilket vi overlader til læseren selv.

Inden vi løser modellen er det værdifuldt at udvide modellen med produktivitetsvækst. Det gør vi ved at antage at y stiger med g hvert år og det samme gør sig gældende pensionsindbetalingerne s. Budgetrestriktionen tager sig lidt anderledes ud.

$$
\begin{aligned}
&A_0 \ givet \\
&A_{\tau+1} = (1+r)(A_\tau + (1-t_y)(1-\alpha)y_\tau - c_\tau) \ for\ \tau < T \\
&A_{T+1} = (1+r)(A_T - c_T + (1-t_s)\sum_{j=0}^{T-1}\alpha y_j(1+r_s)^{T-j}) = 0 \\
&y_{\tau+1} = (1+g)y_\tau, y_0 \ givet
\end{aligned}
$$

I stedet for bidraget s, er der her antaget at bidraget er proportionalt med indkomsten med faktor α. Endvidere har vi antaget at indkomsten vokser med g per år. Bemærk at her er indkomst indekseret med alder; men senere bliver det klart at vi indekserer indkomst med kalenderen og livstidsindkomstprofilen vil være forskellig fra tværsnits indkomstprofilen (alle samme indkomst).

3. Det individuelle optimale forbrug

Vi løser først det sædvanlige problem og får,

$$c_0 = \frac{1}{\sum_{j=0}^{T} \frac{1}{(1+r)^j}} \left[A_0 + \sum_{j=0}^{T-1} \frac{y}{(1+r)^j} \right]$$

Hvilket er et velkendt udtryk for forbrugsfunktionen, hvor vi benytter os af at individet glatter forbruget over livsforløbet og substituerer ind i budgetrestriktionen. Da beregningerne igen og igen anvender nutidsværdi beregninger introducerer vi følgende notation,

$$\sum_{j=0}^{T} \frac{1}{(1+r)^j} = (1+r)\frac{1-(1+r)^{-T-1}}{r} = V(T,r)$$

Så kan vi skrive løsningen til forbrugerens problem som,

$$c_0 = \frac{1}{V(T,r)}\left[A_0 + V(T-1,r)\,y\right]$$

Bemærk at følgende trick bliver anvendt flittigt i det følgende

$$\frac{V(T-1,r)}{1+r} = V(T,r) - 1$$

Tilbage til løsningen hvor T er fuldstændig arbitrær og derfor kan denne løsning anvendes for alle med restlevetid T.

Lad os nu udlede den samme løsning; men med en tvungen pensionsopsparing. Vi kan skrive,

$$c_0 = \frac{1}{V(T,r)}\left[A_0 + \frac{(1+r_s)^T}{(1+r)^T} S_0 + V(T-1,r)\,y' + \frac{s(1+r_s)^T V(T-1,r_s)}{(1+r)^T} \right]$$

Hvor y' = y – s. I denne opsplitning af problemet kan vi se en pendant til HCOxxxx og ovenstående simple argument. Indestående på pensionskassen kan ikke diskonteres med markedsrenten, idet afkastet er anderledes. Den letteste måde at overbevise sig selv om denne løsning er korrekt er formentlig gennem løsning af modellen bagfra.

Lad os kort gennemgå forbrugseffekterne. De to første led i den kantede parentes er indestående på konto, den ene er formuen, den anden pensionsformue (i nutidskroner). Herefter følger nutidsværdi af indkomsten fratrukket pensionsindbetaling, og det sidste led er nutidsværdien af de fremtidige pensionsindbetalinger.

Hvis $r_s = r$ påvirker den tvungne pensionsopsparing ikke forbrugsbeslutningen, idet vi ender i der foregående tilfælde. At afkastet i den tvungne opsparing er anderledes (større) end anden opsparing komplicerer beregningerne væsentligt.

Vi kan også angive løsningen med beskatning af pensions ud- og indbetalinger.

$$c_0 = \frac{1}{V(T,r)}\left[A_0 + \frac{(1+r_s)^T}{(1+r)^T} S_0(1-t_s) + V(T-1,r)(1-t_y)y' + \frac{s(1-t_s)(1+r_s)^T V(T-1,r_s)}{(1+r)^T}\right]$$

Selv hvis $r_s = r$ har den institutionelle opsparing indflydelse på forbruget. Det er altså svært at komme uden om komplikationen som pensionsformuen giver.

I en verden med frit pensionsvalg vil ovenstående løsning blive bibeholdt mere eller mindre. Det skyldes at der ofte er et loft for hvor meget individet kan fradrage i skat. Mere problematisk er det at der stadig er afkast fordel, som vil tilsige at al opsparing burde lægges i disse kasser. Vi skal dog minde om at opsparingen er bundet og derfor vil der under normale forhold være et trade-off mellem afkast og likviditet af opsparingen.

Til sidst kan vi også angive forbrugerens løsning med produktivitetsvækst (nedenfor skelner vi mellem individuel produktivitetsvækst (human kapital) og generel produktivitetsvækst (teknologiske fremskridt)).

For at lette beregningerne anvender vi følgende approksimation:

$$\frac{1+g}{1+r} = \exp\left(\log\frac{1+g}{1+r}\right) \simeq \exp(g-r) = \frac{1}{\exp(r-g)} \simeq \frac{1}{1+r-g}$$

Dvs. vi anvender den vækst korrigerede realrente til at diskontere variable med realvækst. Hvorefter det er en smal sag at finde det optimale forbrug:

$$c_0 = \frac{1}{V(T,r)}\left[A_0 + \frac{(1+r_s)^T}{(1+r)^T} S_0(1-t_s) + V(T-1,r-g)(1-t_y)y(1-\alpha) + \frac{\alpha y(1-t_s)(1+r_s)^T V(T-1,r_s-g)}{(1+r)^T}\right]$$

Diskontering af fremtidig indkomst og formue er nu med den vækst justerede realrente, som er en del lavere end realrenten. Hvis økonomien er dynamisk efficient vil g = r og ingen diskontering er nødvendig. Men med de normalt valgte markedsrente (diskonteringsfaktor) vil r > g selv om det omvendte kan forekomme i perioder.

4. Det aggregerede forbrug

Fra løsningen for én forbruger vil vi aggregere over alle generationer. Tag løsningen fra før og indekser nu restlevetiden med k, som løber fra 0 til T, der direkte indikerer restlevetiden.

Heraf får vi for standard modellen at det aggregerede forbrug i periode t er,

$$C_t = \sum_{k=0}^{T} n^k \left[\frac{1}{V(T-k,r)} \left(A_0^k + V(T-k-1,r)\,y \right) \right]$$

På det lange sigt er vi ikke interesserede i befolkningseffekter og antager at $n^k = 1$ for alle k og antagelsen fra før om at alle generationer trækker sig tilbage på samme tid og har samme levetid.

Vi kan direkte aggregere denne relation (som i ADAM i dag). Først bemærker vi at forbrugsudjævning og budgetrestriktionen tilsammen giver at vi kan skrive og får følgende aggregerede model,

$$C = \tilde{A} + \beta Y$$

Her har vi udnyttet at y er identisk over alle agenter. A tilde er ikke observerbar aggregat af aldersspecifikke formuer vejet med restlevetiden. Men det er let at se at med en stationær indkomst vil aldersfordelingen af formuen være konstant og koefficienten, som er givet ved preference parametre, må også antages at være konstante. Dermed er vægtene konstante, formuen konstant og vi kan skrive,

$$\tilde{A} = \delta A_t$$

Det er muligt at gå videre – som i Modigliano og Brumberg – og manipulere os fremt til at forbrug er lig indkomst inkl. kapital indkomst. Denne formulering skyldes at der ikke er forskel mellem tidsserieprofilen af indkomst og tværsnitsprofilen.

Derimod går vi videre og vi aggregerer model nummer to. Den forbrugsbestemmende pensionsformue, svarer til nutidsværdien af hver enkelt årgangs samlede pensionsformue forrentet med r_s og diskonteret med r. Hvis vi definerer indestående i kassen i periode t som i afsnit 2 får vi at

$$C_t = \sum_{k=0}^{T} n^k \left[\frac{1}{V(T-k,r)} \left(A_0^k + \frac{(1+r_s)^{T-k}}{(1+r)^{T-k}} S_0^k + V(T-k-1)\,y' + \frac{s(1+r_s)^{T-k} V(T-k-1,r_s)}{(1+r)^{T-k}} \right) \right]$$

Som før kan vi direkte opstille en aggregeret udgave ved at normalisere n = 1.

$$C_t = \tilde{A} + \tilde{S} + \beta Y + \delta s$$

Hvor S tilde er et vejet aggregat af aldersspecifikke pensionsopsparing, og s er aggregat for indbetalinger. Som før vil den være proportional med den observerede pensionsopsparing i steady state.

Bemærk at livtidsindkomst profilen skal være konstant for at Y kan dekomponeres som ovenfor, grunden er at den marginale forbrugstilbøjlighed varierer over alderen.

Det kræver ikke meget fantasi at en tilsvarende løsning kan findes med skatter. Resultatet bærer igennem fordi livstidsprofilen ikke er anderledes end tværsnitsprofilen i steady state. I en steady state uden vækst i indkomst eller befolkning er der ingen opsparing. Et velkendt resultat. De unges opsparing svarer til de ældres nedsparing (appendix A).

Lad os behandle tilfældet med produktivitetsvækst.

Lad os som før aggregere,

$$C_t = \sum_{k=0}^{T} \frac{1}{V(T-k,r)} \begin{bmatrix} A_0^k + S_0^k \frac{(1+r_s)^{T-k}}{(1+r)^{T-k}}(1-t_s) + V(T-k-1, r-g)(1-t_y)(1-\alpha)y_t + \\ V(T-k-1, r_s - g)\frac{\alpha y_t (1-t_s)(1+r_s)^{T-k}}{(1+r)^{T-k}} \end{bmatrix}$$

Som før kan vi skrive modellen i en kortere form,

$$C_t = \tilde{A} + \tilde{S} + \beta Y$$

Hvordan opfører tilde variablene sig på lang sigt? Er de proportionale med den aggregerede beholdning? Svaret er ikke så simpelt som under stationær indkomst; men vi kan besvare det bekræftende med følgende argument:

fra forbrugerens problem får vi at formuen er homogen i indkomst ved at løse rekursivt for denne:

Løs

Dermed har vi vist at på det lange sigt er pensionsformue og anden formue aggregatet proportional med de observerede størrelser.

Det er endvidere let at se Lukas kritikken, idet skatteparametre og pensionsopsparingsparametre indgår i relationen. Det er derfor vigtigt at få puttet de rigtige variable ind i modellen. Første led er formue ekskl. pensionsopsparing, næste er pensionsopsparing efter skat. Derefter følger disponibel indkomst, og endelig pensionsudbetalinger efter skat (på udbetalingstidspunktet). Hvad nu hvis systemet er ikke lineært.

Dermed er halvdelen af formål nummer 2 for papiret opfyldt. Med samme argumenter, som i Modigliano og Brumberg, kan vi specificere en lineær sammenhæng mellem indkomst, pensionsformue og anden formue.

Men for tiden er pensionsformuen under opbygning. Perioden vi estimerer på er kendetegnet ved at en større og større andel af arbejdsmarkedet underlægges en tvungen arbejdsmarkedspension og det er ikke en ubetydelig del af arbejdsmarkedet, som har undergået denne transformation. Derfor er det af en hvis interesse at aggregere forbruget under antagelse af flere bidrager til den tvungne ordning. Et simpelt ræsonnement knytter sig til α foroven. Lad a være 0 i år T0 og gå mod langsigts indbetalingen.

Hvordan tager det sig ud? Det er ikke ligetil at løse for dette. Vi starter med et simpelt eksempel. Alle agenter lever 3 perioder, to arbejdende og en hvor de er tilbage trukket. Vi løser for 3 perioder. Den periode hvor systemet bliver introduceret, og de to efterfølgende perioder. Den sidste periode er hvor systemet er fuld ind faset og svarer til analysen ovenfor.

Først introduceres et toptegn som angiver en årgangs fødsels år, C_t^t er derfor forbruget i periode t for årgang t. Vi beregner nu det aggregerede forbrug for 3 perioder, t, t+1, og t+2, dvs. vi løser for alle generationer i live på mindst et af disse tidspunkter: t-2 til t+1. Vi antager endvidere at indkomsten er konstant, og initialformuen er nul for alle generationer. Generation som er født i t-1 får introduceret systemet midt i livsløbet. To alternativer rejser sig her: Var det forventet eller var det ikke. Vi vælger her at løse som om det var forventet. Det har den ulempe at systemet påvirker forbruget før det indføres. I periode t-1 ved de unge at de som midaldrende vil blive pålagt en opsparing med anden afkast end markedsafkastet.

Periode t-1:

$$C_{t-1}^{t-3} = \frac{V(1,r)}{V(2,r)} y$$

$$C_{t-1}^{t-2} = \frac{V(1,r)}{V(2,r)} y$$

$$C_{t-1}^{t-1} = \frac{V(1,r)}{V(2,r)} y + \frac{r_s - r}{(1+r)^2} s$$

Første pointe af opbygning kan illustreres her, fremtidig pensions system er vigtig.

Periode t:

$$C_t^{t-2} = \frac{V(1,r)}{V(2,r)} y$$

$$C_t^{t-1} = \frac{V(1,r)}{V(2,r)} y + \frac{r_s - r}{(1+r)^2} s$$

$$C_t^t = \frac{V(1,r)}{V(2,r)} (y - s) + \left(\frac{1+r_s}{1+r} \right)^2 \frac{V(1,r_s)}{V(2,r)} s$$

Anden pointe kan ses her, der vil være forskel i koefficienter.

Periode t+1:

$$C_{t+1}^{t-1} = \frac{V(1,r)}{V(2,r)} y + \frac{r_s - r}{(1+r)^2} s$$

$$C_{t+1}^{t} = \frac{V(1,r)}{V(2,r)} (y-s) + \left(\frac{1+r_s}{1+r}\right)^2 \frac{V(1,r_s)}{V(2,r)} s$$

$$C_{t+1}^{t+1} = \frac{V(1,r)}{V(2,r)} (y-s) + \left(\frac{1+r_s}{1+r}\right)^2 \frac{V(1,r_s)}{V(2,r)} s$$

Resultatet viser med al tydelighed at aggregeret indkomst og formue kan anvendes til at forklare aggregeret forbrug. Men en krølle i forhold til steady state betragtningen vil parametrene muligvis være ustabile.

Først anvender vi dog befolkningstilvæksten som et udtryk for opbygning af systemet. Vi antager at tilvæksten starter i et eller andet år og derefter går mod at alle bidrager til systemet når tiden går mod uendelig. Dvs.

$$n_{t+1} = n_t + n_0(1-n_0)^{t+1}, n_0 \ givet$$

Vi skal nu implementere aggregeret forbrug

Pointen her kommer tydeligt frem. Under opbygningen af pensionsformuen kan vi ikke blot nøjes med at korrigere indkomsten; men må ty til at inkludere hele formuen korrigeret for afkast og skatter. (beregninger mangler)

Senere vil som sagt være i stand til at modellere porteføljen og dennes betydning for forbruget. Men som det ses af dette papir vil en ændring i husholdningens problem også føre til ændringer i den forbrugsbestemmende formue. Det fuldfører et andet mål med dette papir, nemlig at få bundet disse ændringer sammen.

5. Effekten på den offentlige sektors budgetrestriktion.

Det er begrænset hvad pensionsformue kan have af indflydelse på forbruget. Men på statens finanser kan den have en betydelig effekt. For staten ser regnestykket dog en anelse anderledes ud, idet nutidsberegningerne ikke nødvendigvis bruger den samme diskonteringsfaktor som husholdningerne (offentlige sektors portefølje afkast forskellig fra husholdningernes). Et andet relevant spørgsmål er selvfølgelig at staten måske 'nøjes' med at beregne nutidsværdien af allerede indbetalte pensioner og ikke beregner effekten af fremtidig adfærd. En sådan tilgang er mere konsistent med et decideret regnskab og derfor skal husholdningernes adfærd holdes udenfor, selvom som vi har vist ovenfor det er simpelt at indbygge husholdningernes fremtidige pensionsformue og derfor relativt dumt ikke at justere for denne (specielt i opbygningsfasen). Statens horisont er ligeledes betydelig anderledes end husholdningernes, fordi den må antages at eksistere på livstid.

Endvidere vil den offentlige sektor også skulle tage højde for eventuel produktivitetsvækst. Det afhænger af hvordan resten af budgetrestriktionen beregnes.

6. Ricardiansk ækvivalens.

I ovenstående diskussioner ville husholdningerne forbruge alt og dermed ville enhver stigning i livstidsformuen være ensbetydende med et højere livstidsforbrug. Dette er kontroversielt idet husholdninger formentlig vil vurdere betydningen af deres egne handlinger på andre generationer. Emprisk er der ikke de

7. Nogle obskønne resultater.

Lad os få lavet et par regressioner. Det første problem vi støder ind i er definition af variable. Vi følger ADAM og anvender forbrug inkl. forbruget af varige goder omformuleret som service ydelser. Den disponible indkomst er også ADAMs, hvor vi skelner mellem

Forventningsdannelsen omkring indkomst har spillet en central rolle i formuleringen af forbrugsfunktioner. Jo mere permanent indkomst ændringer er, des større forbrugseffekt må de ventes at have. I ADAM er dette problem generelt ikke behandlet med undtagelse af Hansen og Dam.

Vi splitter formuen i pensionsformue og resten. Funktionsformen er den samme som i ADAM. Pga.

Af tidligere forventer vi at hvis der ikke er likviditetsrestriktioner skal koefficienten til S være større end til A. Men ved tilstedeværlese af likviditets

I estimationer inkluder kreditrestriktion og liberalisering af kapitalmarked.

8. Litteratur

Modigliani og Brumberg (1980) ”Utility Analysis and Aggregate Consumption Functions: An Attempt at Integration”, The Collected work of Modigliani, …

Appendiks A

Her skal vi have beregnet opsparingen med pension og skat.

Vi starter med de udskudte skatter.

$$\tilde{y}_t = y(1-t_y) + \frac{r}{1+r} A_{t+1} + \frac{r_s}{1+r_s} \bar{S}_{t+1}(1-t_s), t < T$$

$$\tilde{y}_t = 0, t = T$$

Total indkomst er givet ved efter skat indkomst. Her beskattes arbejdsindkomsten y og pensionsudbetalingerne S bar.

Forbruget har vi løst for i afsnit 3 og ved at løse sekventielt for forbruget,

$$c = \frac{1}{V(T,r)}\left(V(T-1,r)(1-t_y)y' + s\left[\frac{1+r_s}{1+r}\right]^T (1-t_s)V(T-1,r_s)\right)$$

For de ældste er forbruget stadig givet ved,

$$c_T = A_T + \overline{S}_T$$

Lad os aggregere for at få,

$$\tilde{Y} = \sum_{j=0}^{T} \tilde{y}_t = Ty(1-t_y) + \sum_{j=0}^{T-1} \frac{r}{1+r} A_{j+1} + \sum_{j=0}^{T-1} \frac{r_s}{1+r_s} \overline{S}_{j+1}(1-t_s)$$

Tilsvarende kan vi beregne det aggregerede forbrug som,

$$C = \sum_{j=0}^{T} c_j = Tc + A_T + \overline{S}_T = Tc + \sum_{j=0}^{T-1} \frac{r}{1+r} A_{j+1} + \sum_{j=0}^{T-1} \frac{r_s}{1+r_s} \overline{S}_{j+1}(1-t_s) + T(y(1-t_y) - c)$$

eller ved at reducere Tc ud,

$$C = \tilde{Y}$$

Definitionen af indkomst inkluderer altså efter skat afkast af pensionsformuen. I forbindelse med opgørelsen empirisk kræver vi altså at vi for den eksisterende formue beregner fremtidige skatter (i steady state).

Vi bevæger os nu mod en beregning med produktivitetsvækst. Som før starter vi med at definere total indkomst, og dernæst beregne det stationære forbrug for en enkelt forbruger og dernæst aggregere.

I forhold til tidligere er det væsentligste at vi indekserer indkomsten med alder/tid og at vi antager at pensionsbidraget er en α procent af indkomsten,

$$\tilde{y}_t = y_t(1-t_y) + \frac{r}{1+r} A_{t+1} + \frac{r_s}{1+r_s} \overline{S}_{t+1}(1-t_s)$$

$$\tilde{y}_T = 0$$

Med de givne antagelser løber vi ind i vanskeligheder, idet livstidsindkomst profilen vil være forskellig fra tværsnitsfordelingen, et resultat som før blev brugt til at få det aggregerede forbrug til kun og kun at afhænge af det aggregerede tværsnits indkomstprofil. Derimod kan vi komme igennem beregningerne ved at beregne forbruget relativt til indkomst. Dette er et standard trick, idet den ikke stationære indkomst gøres stationær ved at dividere igennem med periodens indkomst. Det ses let nu er livstids- og tværsnitsprofilerne atter identiske og vi kan beregne forbruget sin andel af arbejdsindkomsten som en funktion af totalindkomst i forhold til xxxxx (ej helt færdigt)

Dernæst skal vi løse forbrugerens problem og finde det optimale forbrug sekventielt. For at få indbygget produktivitetsvækst indfører vi et kalender indeks, som betegnes τ og kan tolkes som kohorte.

$$c^{\tau} = \frac{1}{V(T,r)}\left[V(T-1,r-g)(1-t_y)(1-\alpha)y^{\tau} + V(T-1,r_s-g)\left(\frac{1+r_s}{1+r}\right)^{T}\alpha y^{\tau}\right]$$

Dvs. forbrugsudjævning; men forbrugsmulighederne for kohorterne er forskellige pga. yngre generationer kan forvente højere livstidsindkomst med baggrund i produktivitetsvæksten.

Vi aggregerer over generationerne for at finde det aggregerede forbrug. Bemærk at hvis vi dividerer igennem med indkomsten får vi at kohorte effekten falder ud.

Appendiks B: Beregning af aggregeret forbrug under opbygning af pensionssystemet.

I dette appendiks forbereder vi forbrugsfunktionen i tilfældet med opbygning af et pensionssystem.

Der er nu for hver årgang yderligere datering vi må holde øje med. For det første alderen for introduktion af pensionssystemet, T_0. Dernæst tidspunktet for at hele årgangen bidrager til systemet, T_1. Og vi antager at der er geometrisk progression i antal bidragsydere med ratio q, dvs.

$$q_{t+1} = qq_t,\ q_0 \ er\ givet$$

Dette har ingen betydning for nyttefunktionen men udelukkende for budgetrestriktionen. For at lette opskrivningen af budgetrestriktionen definerer vi funktionen,

$$g(q,q_0,t) = \begin{cases} 0\ for\ t < T_0 \\ q_0 q^{t-T_0}\ \ for\ q_0 q^{t-T_0} < 1\ og\ t \geq T_0 \\ 1\ ellers \end{cases}$$

Hvis vi opskriver livstidsrestriktionen får vi noget meget ubehageligt,

$$\sum_{j=0}^{T}\frac{c_t}{(1+r)^j} = S_0 + A_0 + \sum_{j=0}^{T-1}\frac{y - g(q,q_0,t+j)s}{(1+r)^j} + s\left(\frac{1+r_s}{1+r}\right)^{T}\sum_{j=0}^{T-1}\frac{g(q,q_0,t+j)}{(1+r)^j}$$

Problemet kan let identificeres idet aggregering over en stationær befolkning vil betyde at hver generations pensionsopsparing er meget forskellig fra en andens. Specielt vil indbetalingerne være meget større en udbetalingerne. I afsnit 4 har vi simuleret modellen for opbygningsperiode på 40 år, levetid på 41 år og en initial medlemsandel på 0.05. (skal simuleres)