Danmarks Statistik
MODELGRUPPEN

Arbejdspapir*

Grane H. Høegh

11. juli 2012

Geometriske afskrivningsrater i NR

Resumé:

Man vil gerne i nationalregnskabsrevisionen i 2014 gå over til geometriske afskrivninger. Dette papir beskriver konsekvensen for af dette med fokus på bruttokapitalen.

GRH11712

Nøgleord: Kapital, afskrivninger, investeringer

Modelgruppepapirer er interne arbejdspapirer. De konklusioner, der drages i papirerne, er ikke endelige og kan være ændret inden opstillingen af nye modelversioner. Det henstilles derfor, at der kun citeres fra modelgruppepapirerne efter aftale med Danmarks Statistik.

1. Indledning

Der kommer en revision af kapitalberegningsmetoden til nationalregnskabsrevisionen i 2014. Et stort plus er, at man går fra beregninger i fastbasepriser og over til beregninger i løbende og foregående års priser. Man har i OECDs manual til beregning af kapital fra 2009 foreslået, at man beregner kapital til medio-priser. Dette gør beregningen af kapital konsistent med investeringerne som beskrevet i GRH02307.

Planen er, at beholde de eksisterende beholdningsopgørelser og hermed inkonsistenser frem til år 1999. Fra 2000 og frem beregnes nye kapitaltal. Pt. beregnes bruttokapital hørende til investeringer og på baggrund af dette beregnes nettokapitalen. Man vil ændre denne praksis og beregne nettokapitalen direkte på baggrund af investeringerne under antagelse af geometriske afskrivninger.

En antagelse om geometriske afskrivninger sætter restriktioner på forholdet mellem nettokapitalen, bruttokapital, og hvor hurtigt kapitalen mister sin effektivitet. Man kan ikke uden videre fastsætte bruttokapitalen uden at risikere at få en urealistisk udvikling i kapitalens effektivitetsnedgang.

Dette papir beskæftiger sig med overgangen til geometriske afskrivninger i nationalregnskabet. I afsnit 2 introducerer jeg notation og den grundlæggende sammenhæng mellem bruttokapital, nettokapital og effektivitetsnedgang. En beskrivelse af fremgangsmåden til beregning af brutto- og nettokapital i dag er målet for afsnit 3, mens afsnit 4 beskriver hvordan geometriske afskrivninger påvirker bruttokapital og effektivitetsnedgang. Endelig giver afsnit 5 en konklusion.

2. Overordnet notation og begreber

Bruttokapitalen på tidspunkt t af en investering til tidspunkt 0, $K_{0,t}$, er hvor meget af kapitalen, der ikke er nedslidt, og således er tilbage til at kunne benyttes. Den bliver givet ud fra den initale investering, I_0, og "retirement"-funktionen:

$$\begin{aligned} K_{0,t} &= I_0\left(1-"retirement"_t\right) \\ &= I_0\prod_{i=1}^{t}\left(1-\delta_i^B\right) \end{aligned} \tag{2.1}$$

Afgangsraten, δ_i^B, afhænger i det generelle tilfælde af investeringsgodets alder.

Den gennemsnitlige vægtede afgangsrate er lig den inverse levetid:

$$\bar{\delta}^B = \frac{1}{gns.levetid} \tag{2.2}$$

Ønsker man at antage en konstant afgangsrate, så skal denne selvfølgelig være lig gennemsnittet og den inverse forventede levetid.

Nettokapitalen på tidspunkt *t* af en investering til tidspunkt 0, $Kn_{0,t}$, er værdien af den tilbageværende kapital og er givet ud fra den initiale investering, I_0, gange "age-price/retirement"-funktionen:

$$\begin{aligned} Kn_{0,t} &= I_0 * "age-price/retirement"_t \\ &= I_0\prod_{i=1}^{t}\left(1-\delta_i^N\right) \end{aligned} \tag{2.3}$$

Bemærk, at $Kn_{0,0} = I_0$ - dvs. initialt er værdien af kapitalen lig værdien af investeringen. Er afskrivningsraten konstant fås:

$$Kn_{0,t} = I_0\left(1-\delta^N\right)^t \tag{2.4}$$

Er afskrivningsraten konstant, kan den findes som declining balance ratio divideret med levetiden:

$$\delta^N = \frac{dec.bal.ratio}{gns.levetid} \tag{2.5}$$

Det produktive kapitalapparat på tidspunkt t af en investering til tidspunkt 0, $Kx_{0,t}$, er proportional med den kapitalydelse som leveres af det tilbageværende kapitalbeholdning. Den gives ud fra bruttokapitalen, $K_{0,t}$, og "age-efficiency"-funktionen:

$$\begin{aligned} Kx_{0,t} &= K_{0,t} * "age-efficiency"_t \\ &= K_{0,t}\prod_{i=1}^{t}\left(1-\delta_i^E\right) \end{aligned} \tag{2.6}$$

Hvor δ_i^E er, hvor mange procent mindre effektiv investeringsgodet bliver i løbet af år *i*. Denne rate afhænger generelt af godets alder.

Nettokapitalapparatet er den tilbagediskonterede værdi af alle fremtidige kapitalydelser. Denne sammenhæng binder de tre typer af kapital sammen:

$$\begin{aligned} Kn_{0,t} &= k\sum_{i=t} \frac{Kx_{0,t}}{\prod_{j=t+1}^{i}\left(1+d_j\right)} \\ &= k\sum_{i=t} \frac{Kx_{0,t}}{\left(1+d\right)^{i-t}} \end{aligned} \tag{2.7}$$

Hvor andet lighedstegn er en antagelse om en konstant diskonteringsfaktor, *d*, mens *k* er en konstant, som sikrer, at værdien af de tre kapitalapparater er normeret til at være ens til investeringstidspunktet:

$$k \equiv \frac{Kn_{0,0}}{\sum_{i=0} \frac{Kx_{0,0}}{\left(1+d\right)^{i}}} \tag{2.8}$$

3. Modellering af kapital i NR før 2014

Det antages, at bruttokapitalapparatet er fuldt produktivt:

$$\delta^E = 0 \tag{2.9}$$

Hermed er bruttokapitalapparatet lig det produktive kapitalapparat:

$$Kx_{0,t} = K_{0,t} \tag{2.10}$$

Det antages, at diskonteringsraten er lig 0:

$$d = 0 \tag{2.11}$$

Hermed kan forholdet mellem netto- og bruttokapitalen skrives som:

$$Kn_{0,t} = k \sum_{i=t} K_{0,i} \tag{2.12}$$

Nettoværdien lig summen af alle fremtidige bruttoværdier – normeret til samme størrelse i år 0. Hvor k, som sikrer $Kn_{0,0} = K_{0,0}$, er givet ved:

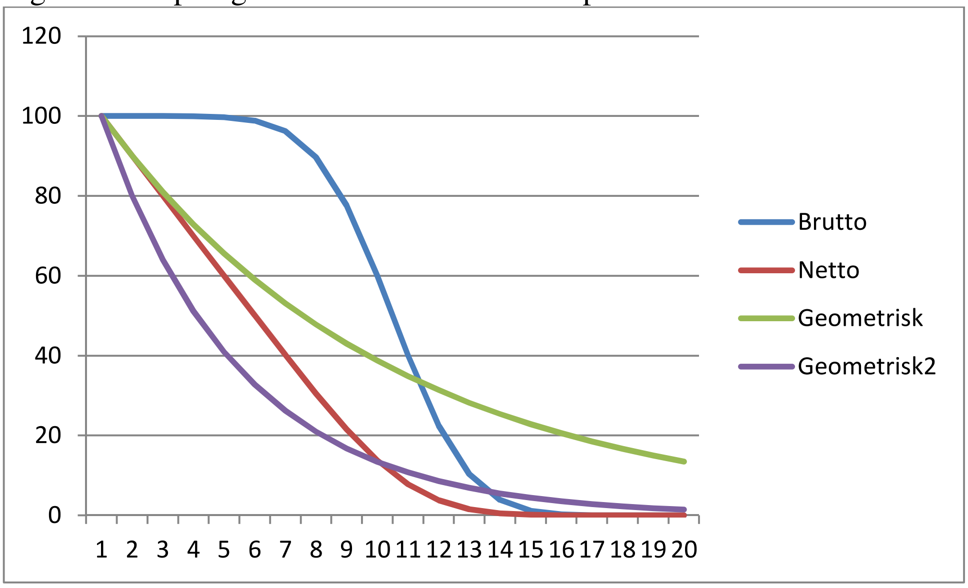
$$k = \frac{Kn_{0,0}}{\sum_{i=0} K_{0,i}} \tag{2.13}$$

Afgangsraten er givet ud fra forventet levetid og en usikkerhed omkring denne. Helt entydigt giver den fremgangsmåde en afgangsrate, der er stigende i alderen:

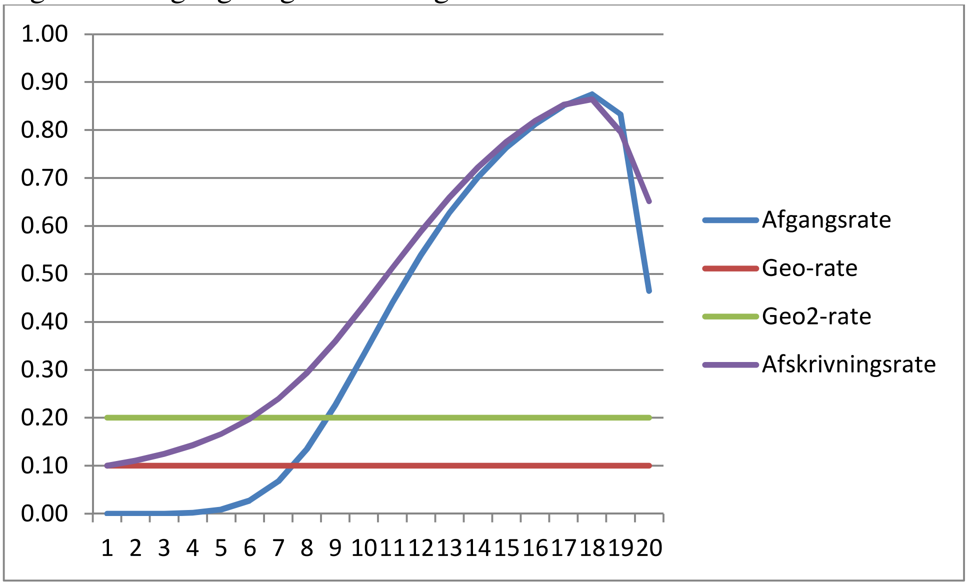
$$\delta_t^B > \delta_{t-1}^B \tag{2.14}$$

Et eksempel på et kapitalgode med en gennemsnitlig levetid på 10 år (normalfordelt med spredning 2) er givet ved figur 3.1. I starten hvor bruttokapitalen ikke i særlig grad afgår, så afskrives nettokapitalen lineært. Figur 3.2 viser de til denne figur tilhørende afgangs- og afskrivningsrater. Det ses, at både afgangs- og afskrivningsraten er stigende over tid indtil kapitalen er næsten helt afgået/afskrevet.

Figur 3.1. Kapitalgode med forventet levetid på 10 år.



Figur 3.2. Afgangs- og afskrivningsrater



Kapitalgodet beregnet ud fra den nuværende metode sammenlignes med et kapitalgode med en gennemsnitlig levetid på 10 år og geometriske afskrivninger samt et med dobbelgeometriske afskrivninger. Nettokapitalapparatet har en form der kan minde om en mellemting mellem de geometriske og dobbeltgeometriske – dvs. med en declining balance ration mellem 1 og 2 – tættest på 2. Bruttokapitalen har derimod en noget anderledes afgangsprofil, som minder mere om et omvendt s.

4. Geometriske afskrivninger, bruttokapital og effektivitet

Det er besluttet, at der skal være geometriske afskrivningsrater i Nationalregnskabet fra 2014. Dette er normal praksis i mange lande. Fordelene er, at det er nemt at beregne, fejlsøge og fortolke. Ulempen er, at det stiller helt specifikke krav til forholdet mellem afgangsraten og effektivitetsnedgangsraten, som måske ikke er rimelige rent empirisk. På baggrund af sammenhængen mellem nettokapital, produktiv kapital og bruttokapital samt antagelser om konstant afskrivningsrate, så kan man, jf. bilag A, finde effektivitetsnedgangsraten givet som:

$$\delta_t^E = \frac{\delta^N - \delta_t^B}{1 - \delta_t^B} \tag{2.15}$$

Det er beskrevet i OECDs manual til beregning af kapital, at hvis man antager geometriske afskrivninger, så bliver nettokapitalen og den produktive kapital sammenfaldende. I denne manual skriver de også, at man ikke entydigt kan finde bruttokapitalen, hvilket også er sandt. Der bliver ikke gjort store anstrengelser for at finde måder at beregne bruttokapitalen, når nettokapitalen har geometriske afskrivninger. Baggrunden er sandsynligvis, at bruttokapitalen ikke er så interessant i sig selv. Den er interessant, forbi den giver det, man skal bruge – nemlig den produktive kapital og nettokapitalen.

Der er dog en eneste grund til, at jeg synes, bruttokapitalen er vigtig, og det er, at det for visse kapitalgoder er en observerbar størrelse. Altså giver det os mulighed for at forlade en verden af antagelser og træde ud i virkeligheden og teste om vores antagelser holder, hvilket må være ekstrem vigtigt for en statistikproducerende institution. Jeg vil derfor foreslå, at man bruger kræfterne på at opbygge et konsistent system mellem brutto- og nettokapital, så man på baggrund af data for bruttokapital kan beslutte, om man skal korrigere afskrivningerne, investeringer, bruttokapitalen eller blot forklare det ved ændringer i kapitalens effektivitet.

Ønsker man at beholde antagelsen om, at kapitalapparatet er fuldt produktivt hele perioden, $\delta_t^E = 0$, så får man, at afgangsraten skal være konstant og lig afskrivningsraten, hvilket implicerer konstant afgangsrate og en declining balance ratio på 1. Dette vil få afskrivningsraten til at falde markant i forhold til tidligere – og på sigt vil nettokapitalen vokse til samme størrelse som bruttokapitalen.

Ønsker man geometriske afskrivninger og afskrivningsrater der i niveau, minder om dem vi har set tidligere, så er man nødt til at acceptere en declining balance ratio over 1, hvilket betyder, at man bliver nødt til at acceptere, at kapitalen bliver mindre effektiv med tiden.

I eksemplet med et produkt med en levetid på 10 år og afgangene normalt fordelt omkring denne med en spredning på 2 år, så bliver den gennemsnitlige vægtede afskrivningsrate[1] 0.175, hvilket svarer til en declining balance ratio på 1.75, da den gennemsnitlige afgangsrate er 0.1.

Man kan forestille sig[2], at man vil vælge at benytte den gamle afgangsprofil med den nye afskrivningsprofil. Residualen vil således blive fanget i effektivitetsnedgangsraten, som skal virke omvendt af afgangene for at give en konstant afskrivningsrate. Afgangsraten er mindre end afskrivningsraten i starten af kapitalens levetid – altså skal effektivitetsnedgangen være størst i starten af kapitalens levetid og mindre senere hen. Problemet er, at den i det ovenfor givne eksempel ender med at være negativ efter 8 år. Her bliver produktet altså mere effektivt ved at ældes, hvilket er meget utroværdigt.

Ønsker man at beholde det gamle forhold mellem brutto- og nettokapital, så bliver resultatet en meget mærkelig afgangsrate, som hopper op og ned og endda er svagt negativ for enkelte år, mens den i andre år er så stor, at effektivitetsnedgangen bliver negativ.

Et simpelt alternativ er at antage konstante afgangs- og effektivitetsnedgangsrater. Afgangsraten bliver herved givet som:

$$\delta^B = \frac{1}{gns.levetid} \tag{2.16}$$

Mens effektivitetsnedgangsraten bliver givet ved:

$$\delta^E = \frac{\delta^N - \delta^B}{1-\delta^B} = \left(dec.bal.ratio - 1\right)\frac{\delta^B}{1-\delta^B} = \frac{dec.bal.ratio - 1}{gns.levetid - 1} \tag{2.17}$$

Effektivitetsnedgangsraten er kun identificeret og interessant for en levetid på mere end 1 år. En interessant pointe her er, at for en given årlig effektivitetsnedgang skal declining balance ratio og levetiden følges ad, således at en højere levetid skal give en tilsvarende højere declining balance ratio.

På baggrund heraf er det muligt på simpel vis at afstemme, så der kommer til at være en troværdig udvikling i både afgangsraten, afskrivningsraten og effektivitetsnedgangsraten samtidig med identiteten er overholdt. Udgangspunktet kan være at tilpasse afskrivninger på baggrund af den afledte afgangsrate:

$$\begin{aligned} \delta^N &= \delta_t^E + \delta_t^B\left(1-\delta_t^E\right) \\ &= \frac{dec.bal.ratio - 1}{gns.levetid - 1} + \frac{gns.levetid - dec.bal.ratio}{gns.levetid - 1}\delta_t^B \end{aligned} \tag{2.18}$$

For given effektivitetsnedgangsrate skal afskrivningsraten ændres med en lidt lavere faktor, når afgangsraten ændres. Jo mindre afgangsraten er i forhold til afskrivningsraten, jo mindre skal den ændres i forhold.

[1] Den gennemsnitlige vægtede afskrivningsrate kan findes som afskrivningsraten til en alder vægtet med nettokapitalen. Alternativt kan man direkte finde declining balanceratio, som forholdet mellem summen af brutto- og nettokapital over hele levetiden.
[2] Dette virker til umiddelbart at være planen fra NRs side – som dog ikke er endeligt besluttet.

5. Konklusion

Man vil i nationalregnskabet gå over til geometriske afskrinvingsrater. Normalt bruges disse, når man ikke er interesseret i bruttokapitalen. Er kapitalen fuld effektiv hele levetiden, så bliver bruttokapitalen og nettokapitalen sammenfaldende. Ulempen ved dette set fra nationalregnskabets side er, at det nye nivau vil være bruttokapitalens niveau – givet man bibeholde de tidligere antagelser om levetider. Alternativt kan man gøre antagelser om henholdsvis afgangsraten og effektivitetsnedgangsraten. Jeg vil mene, at det eneste overskuelige er at antage konstante rater.

Bilag A:

Nettokapitalen er givet ved:

$$Kn_{0,t} = k\sum_{i=t} \frac{Kx_{0,t}}{\left(1+d\right)^{i-t}} \tag{2.19}$$

Indsættes udtrykket for den produktive kapital fås:

$$Kn_{0,t} = k\sum_{i=t} \frac{K_{0,t}\prod_{j=1}^{i}\left(1-\delta_j^E\right)}{\left(1+d\right)^{i-t}} \tag{2.20}$$

Relationen for k er givet ved:

$$k \equiv \frac{Kn_{0,0}}{\sum_{i=0}\frac{Kx_{0,t}}{\left(1+d\right)^{i-t}}} = \frac{Kn_{0,0}}{\sum_{i=0}\frac{K_{0,t}\prod_{j=1}^{i}\left(1-\delta_j^E\right)}{\left(1+d\right)^{i-t}}} = \frac{1}{\sum_{i=0}\frac{\prod_{j=1}^{i}\left(1-\delta_j^B\right)\prod_{j=1}^{i}\left(1-\delta_j^E\right)}{\left(1+d\right)^{i-t}}} \tag{2.21}$$

Udtryk for brutto og nettokapital indsættes, hvor der antages en konstant afskrivningsrate:

$$I_0\left(1-\delta^N\right)^t = k\sum_{i=t} \frac{I_0\prod_{j=1}^{i}\left(1-\delta_j^B\right)\prod_{j=1}^{i}\left(1-\delta_j^E\right)}{\left(1+d\right)^{i-t}} \tag{2.22}$$

Indsættes udtrykket for *k* fås:

$$I_0\left(1-\delta^N\right)^t = \frac{\sum_{i=t}\frac{I_0\prod_{j=1}^{i}\left(1-\delta_j^B\right)\prod_{j=1}^{i}\left(1-\delta_j^E\right)}{\left(1+d\right)^{i-t}}}{\sum_{i=0}\frac{\prod_{j=1}^{i}\left(1-\delta_j^B\right)\prod_{j=1}^{i}\left(1-\delta_j^E\right)}{\left(1+d\right)^{i-t}}} \tag{2.23}$$

Rykkes lidt rundt fås et udtryk for afskrivningraten som funktion af diskonteringsfaktor, afgangsprofil og effektivitetsnedgangsprofil:

$$\delta^N = 1-\left(1+d\right)\left(\frac{\sum_{i=t}\frac{\prod_{j=1}^{i}\left(1-\delta_j^B\right)\prod_{j=1}^{i}\left(1-\delta_j^E\right)}{\left(1+d\right)^{i}}}{\sum_{i=0}\frac{\prod_{j=1}^{i}\left(1-\delta_j^B\right)\prod_{j=1}^{i}\left(1-\delta_j^E\right)}{\left(1+d\right)^{i}}}\right)^{1/t} \tag{2.24}$$

Afskrivningsraten kan kun være konstant, hvis $\left(\sum_{i=t} \frac{\prod_{j=1}^{i} \left(1-\delta_j^B\right)\left(1-\delta_j^E\right)}{\left(1+d\right)^i} \right)^{1/t}$ er konstant. Dette vil kun være konstant, hvis $\prod_{j=1}^{t} \left(1-\delta_j^B\right)\left(1-\delta_j^E\right) = \left(\left(1-\delta_j^B\right)\left(1-\delta_j^E\right)\right)^i$, hvilket kun vil gælde, hvis $\left(\left(1-\delta_j^B\right)\left(1-\delta_j^E\right)\right)$ er konstant. Jeg kalder denne størrelse for $\left(1-\delta^{BE}\right)$. Indsættes denne fås:

$$
\begin{aligned}
\delta^N &= 1-\left(1+d\right)\left(\frac{\sum_{i=t} \frac{\left(1-\delta^{BE}\right)^i}{\left(1+d\right)^i}}{\sum_{i=0} \frac{\left(1-\delta^{BE}\right)^i}{\left(1+d\right)^i}} \right)^{1/t} \\
&= 1-\left(\frac{\sum_{i=t} \left(1-\delta^{BE}\right)^i}{\sum_{i=0} \left(1-\delta^{BE}\right)^i} \right)^{1/t} \\
&= 1-\left(\frac{\left(1-\delta^{BE}\right)^t + \left(1-\delta^{BE}\right)^{t+1} + \ldots}{\left(1-\delta^{BE}\right)^0 + \left(1-\delta^{BE}\right)^1 + \ldots} \right)^{1/t} \\
&= 1-\left(\left(1-\delta^{BE}\right)^t \frac{\left(1-\delta^{BE}\right)^0 + \left(1-\delta^{BE}\right)^1 + \ldots}{\left(1-\delta^{BE}\right)^0 + \left(1-\delta^{BE}\right)^1 + \ldots} \right)^{1/t} \\
&= \delta^{BE} \\
&= 1-\left(1-\delta_t^B\right)\left(1-\delta_t^E\right)
\end{aligned}
\tag{2.25}
$$

Altså kan afskrivningsraten kun være konstant, hvis effektivitetsnedgangsraten er givet ved:

$$
\delta_t^E = 1-\frac{1-\delta^N}{1-\delta_t^B} = \frac{\delta^N - \delta_t^B}{1-\delta_t^B} \tag{2.26}
$$